

INGENIERIA UC

Órgano de Divulgación
Científica y Tecnológica de la Facultad de Ingeniería
de la Universidad de Carabobo

Ingeniería UC

Universidad de Carabobo

farteaga20@gmail.com

ISSN (Versión impresa): 1316-6832

VENEZUELA

2005

Eduardo González / Antonio Fedón

MÉTODOS DE RECUPERACIÓN DE LA FRECUENCIA DE PORTADORA EN
MODULACIÓN SSB-SC PARA SER APLICADOS EN EQUIPOS DE
COMUNICACIONES PORTÁTILES

Ingeniería UC, diciembre, año/vol. 12, número 003

Universidad de Carabobo

Valencia, Venezuela

pp. 7-13

Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal

Universidad Autónoma del Estado de México

<http://redalyc.uaemex.mx>



Métodos de recuperación de la frecuencia de portadora en modulación SSB-SC para ser aplicados en equipos de comunicaciones portátiles

Eduardo González⁽¹⁾, Antonio Fedón⁽²⁾

⁽¹⁾ *Unidad de Redes Telemáticas RedUC, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo*

⁽²⁾ *Escuela de Ingeniería Eléctrica, Dpto. de Electrónica y Comunicaciones*

Universidad de Carabobo. Venezuela.

Emails: edujoseg@cantv.net, afedon@uc.edu.ve

Resumen

La recuperación automática de la frecuencia de portadora en equipos receptores de Banda Lateral Única con Portadora Suprimida (SSB-SC) ha sido desde hace más de 80 años un problema poco abordado; una evidencia significativa es la ausencia de un Control Automático de Frecuencia (AFC) o Clarificador Automático (AC) en los equipos receptores de Radio Aficionados, que operan básicamente en esa forma de modulación. SSB-SC ofrece grandes ventajas sobre FM y AM pero la carencia de AFC es una de las principales razones que ha obstaculizado su uso en Equipos de Comunicaciones Portátiles (ECP) conocidos también como “Walkie-Talkies”. El presente trabajo muestra algunos métodos para la recuperación de la frecuencia de portadora en receptores SSB-SC, mediante algoritmos de Procesamiento Digital de Señales, usando como referencia la característica armónica de la voz humana.

Palabras clave: SSB-SC, autocorrelación, cepstrum, modulación, FM, AM.

Methods of carrier frequency recovery in SSB-SC modulation to be applied in portable communication equipments

Abstract

The automatic carrier frequency recovery in Single Side Band with Suppressed Carrier (SSB-SC) receivers has been a difficult subject for more than 80 years. An important evidence is the absence of Automatic Frequency Control (AFC) or Automatic Clarifiers (AC) in Amateur Radio receivers, that operate basically in that form of modulation. SSB-SC offers great advantages over FM and AM with respect to bandwidth occupancy, but AFC absence is one of the main reasons that has prevented its use in Portable Communication Equipments (ECP) known also as Walkie-Talkies. The present work shows some methods for automatic carrier frequency recovery in SSB-SC receivers, by means of Digital Signal Processing algorithms, using as a reference the harmonic characteristic of the human voice.

Keywords: SSB-SC, Autocorrelation, cepstrum, modulation, FM, AM

1. INTRODUCCIÓN

Desde la invención de la técnica de modulación en Banda Lateral Única con Portadora Suprimida (BLUPS o SSB-SC), hace más de 80 años, no ha sido posible desarrollar equipos de comunicaciones portátiles económicamente viables que aprovechen este tipo de modulación. Las desventajas sobre las técnicas de modulación de frecuencia (FM) y modulación de amplitud con portadora (AM) son básicamente su complejidad en la implementación de los transmisores/receptores (que se traduce en altos costos) y difi-

cultad en la sintonía del receptor, obligando al usuario a operar controles para “clarificar” la señal recibida. Un ejemplo de ello es la presencia de controles manuales de sintonía fina y la ausencia de un Control Automático de Frecuencia (AFC) o Clarificador Automático (AC) en los equipos receptores de Radio Aficionados, que operan básicamente en SSB-SC.

Para el caso de los Equipos de Comunicaciones Portátiles (ECP), también conocidos como “Walkie-

Talkies”, se ha adoptado la modulación FM sobre AM o SSB-SC por razones netamente prácticas; desde mediados de los años 30, ya se habían establecido las bases para preferir la modulación FM [1].

SSB-SC ofrece varias ventajas sobre la FM y la AM ya demostradas [2], que puede influir notablemente en la disponibilidad, la confiabilidad y la eficiencia de los ECP a saber:

- Disponibilidad: mejor utilización del espectro [3]: el ancho de banda necesario para un canal de comunicaciones es la mitad del utilizado en AM y por lo menos cuatro veces que la FM de banda ancha, lo que influye en el aumento de la disponibilidad del espectro
- Eficiencia: aumento considerable del rendimiento de las baterías. La etapa de amplificación en clase C produce potencia de forma proporcional a la intensidad de las señales de entrada al modulador. En los períodos silentes o de poca señal (como en las pausas del interlocutor), la potencia de salida es poca o ausente. En la eficiencia también pueden considerarse el mejor aprovechamiento del espectro por usarse menos ancho de banda.
- Confiabilidad: los aspectos de la eficiencia y la disponibilidad apuntan al mejoramiento de la confiabilidad de los ECP.

La disminución de los costos de los receptores SSB-SC basados en DSP y la implementación de clarificadores (AC) y/o sintonizadores automáticos (AFC) pueden hacer competitiva la modulación SSB sobre AM y FM, permitiendo que los ECP puedan aprovechar las ventajas de la modulación SSB.

Desde los años setenta se han propuesto algunos diseños de clarificadores y/o sintonizadores basados en DSP, sin embargo, la capacidad de cómputo necesaria para el aprovechamiento práctico de algoritmos DSP en señales de audio fue solo posible en años recientes. Así es ahora posible diseñar e implementar un clarificador de señales de audio demoduladas por un receptor de SSB-SC, manteniendo un alto nivel de tolerancia al ruido y gran estabilidad en la clarificación.

2. ANÁLISIS MATEMÁTICO DE LA MODULACIÓN SSB

Sea la señal moduladora $m(f)$ y la portadora $A_c \cos(\omega_c t)$ al multiplicarlas entre si se obtiene una señal modulada en amplitud con doble banda lateral y portadora suprimida (DSB-SC) $f(t) = A_c m(t) \cos(\omega_c t)$ cuyo espectro corresponde al de la señal moduladora desplazada $+\omega_c$ y $-\omega_c$, de acuerdo con la propiedad de traslación de frecuencia de la transformada de Fourier [6].

Si ahora eliminamos una de las bandas laterales, ya sea usando filtrado o rotación de fase, se obtiene

$$\phi_{SSB_{\pm}}(t) = f(t) \cos \omega_c t \pm \hat{f}(t) \operatorname{sen} \omega_c t \quad (1)$$

donde $\hat{f}(t)$ es la transformada de Hilbert de $f(t)$, es decir

$$\hat{f}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{F}(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2)$$

$$\hat{F}(\omega) = \begin{cases} -jF(\omega) & \omega > 0 \\ jF(\omega) & \omega < 0 \end{cases} = jF(\omega) \operatorname{sgn}(\omega) \quad (3)$$

2.1. Demodulación con errores de frecuencia y fase

La demodulación coherente SSB-SC se realiza multiplicando la señal $\phi_{SSB}(t)$ por $\cos \omega_c t$ [3], que produce un desplazamiento del espectro ω_c en dirección positiva, y una imagen de dicho espectro en dirección negativa alrededor de ω_c y $-\omega_c$. Observe que la figura 1 ofrece el espectro de $f(t)$ y $f(t) \cos \omega_c t$ mediante sus transformadas de Fourier $F_1(\omega)$ y $F_1(\omega)F_2(\omega)$ respectivamente. Los espectros que aparecieron en $2\omega_c$ y $-2\omega_c$ pueden ser eliminados con un filtro pasa bajos (LPF), que rechace componentes por encima de ω_c .

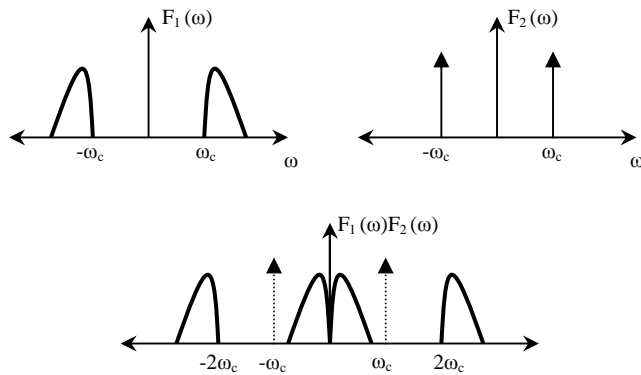


Figura 1. Espectros de la señal recibida y su detección mediante sus transformadas de Fourier.

Si se multiplica la señal recibida $\phi_{SSB\pm}(t)$ por $\phi_d(t) = \cos[(\omega_c + \Delta\omega)t + \theta]$ que corresponde a una portadora local con corrimiento de frecuencia y fase con respecto a la portadora del equipo transmisor, se obtiene:

$$\begin{aligned} \phi_{SSB\pm}(t)\phi_d(t) &= [f(t)\cos\omega_c t \pm \hat{f}(t)\text{sen}\omega_c t] \cos[(\omega_c + \Delta\omega)t + \theta] \\ &= \frac{1}{2}f(t)\{\cos[(\Delta\omega)t + \theta] + \cos[(2\omega_c + \Delta\omega)t + \theta]\} \\ &\quad \mp \frac{1}{2}\hat{f}(t)\{\text{sen}[(\Delta\omega)t + \theta] - \text{sen}[(2\omega_c + \Delta\omega)t + \theta]\} \end{aligned} \quad (4)$$

Realizando el filtrado de frecuencias por encima de ω_c se obtiene:

$$e_o(t) = \frac{1}{2}f(t)\cos[(\Delta\omega)t + \theta] \mp \frac{1}{2}\hat{f}(t)\text{sen}[(\Delta\omega)t + \theta] \quad (5)$$

Desde el siglo XIX, debido a los trabajos de Ohm [4] y Helmholtz [5], se pensaba que el oído humano es relativamente insensible a los cambios de fase en las señales de audio, lo que haría este tipo de distorsión tolerable para una buena recepción. En cambio, la distorsión por variación de frecuencia constituye un tipo de distorsión muy grave [3, 6]. Es así que aunque trabajos recientes, tales como los que se indican en las referencias de [7], sugieren que la distorsión de fase si afecta la inteligibilidad de la voz, si se fija $\theta = 0$ con lo que se desprecian los errores de fase tal como hacen la mayoría de los investigadores en el área, la ecuación (5) se convierte en:

$$e_o(t) = \frac{1}{2} [f(t)\cos(\Delta\omega)t \mp \hat{f}(t)\text{sen}(\Delta\omega)t] \quad (6)$$

Este efecto se puede observar en la figura 2, en la cual el espectro se desplaza $\Delta\omega$ hacia la derecha, produciendo el efecto indeseado de la distorsión por desplazamiento de frecuencia.

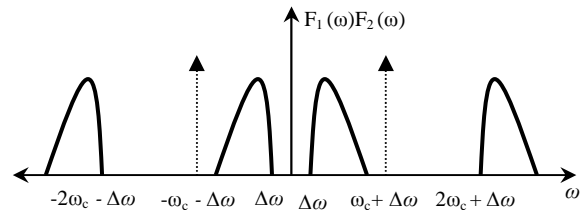
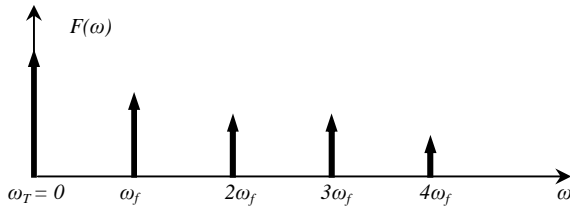


Figura 2. Distorsión por desplazamiento de frecuencia.

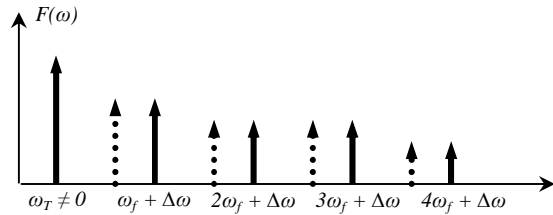
2.2. Efecto de la distorsión por variación de frecuencia

Así, la variación de frecuencia de la portadora insertada en el receptor produce un desplazamiento espectral. Si las componentes de una señal fueran $\omega_f, 2\omega_f, 3\omega_f, 4\omega_f, \dots, n\omega_f$, es fácil de observar que cada componente es múltiplo entero de ω_f . Si se desplazara el espectro en $\Delta\omega$, las componentes serían $\omega_f + \Delta\omega, 2\omega_f + \Delta\omega, 3\omega_f + \Delta\omega, 4\omega_f + \Delta\omega, \dots, n\omega_f + \Delta\omega$, y ninguno de ellos fuese múltiplo entero de ω_f ni de $\omega_f + \Delta\omega$, lo cual rompe la relación armónica entre las componentes de una señal de voz natural. Esto se puede visualizar en las Figuras 3(a) y 3(b). Observe además que si se extrapolan los componentes en el espectro armónico hacia el origen, se puede obtener un componente ω_T que cae justo en $\omega = 0$, a diferencia del espectro no armónico donde el componente ω_T cae en $\omega = \Delta\omega \neq 0$.

El efecto sonoro que se percibe en una señal de voz (o musical) con el espectro desplazado es similar a las voces agudas o graves que se obtienen de cambiar la velocidad de reproducción de una cinta magnetofónica, pero además del cambio de tonalidad que se percibe, debido al aumento o disminución de la frecuencia fundamental, la señal de voz se distorsiona de tal manera que apenas a 50 Hz de desplazamiento la hace ininteligible debido a la desarmonización (efecto “Pato Donald”).



(a) Espectro armónico



(b) Espectro no armónico

Figura 3. Espectros de banda base y su carácter armónico.

3. ESTIMACIÓN DE LA FRECUENCIA DE PORTADORA ORIGINAL EN LA DEMODULACIÓN DE SEÑALES SSB-SC

Un sistema de comunicaciones con modulación SSB-SC es no coherente o asincrónico [6], cuando el oscilador local del receptor no tiene exactamente la misma frecuencia y/o fase de la portadora utilizada en el modulador. Como en el caso de SSB-SC la portadora está suprimida a valores despreciables, para la demodulación correcta y precisa es necesaria obtener un oscilador local con la misma frecuencia y fase del transmisor. La característica armónica de la voz humana [9, 10] puede servir de referencia para obtener el valor de corrección del oscilador local, que es igual al valor de desplazamiento del espectro de la señal demodulada.

Hay una variedad de algoritmos DSP para la estimación del desplazamiento del espectro (ΔF) o *shift*, y la mayoría se derivan de algoritmos de estimación de la frecuencia fundamental (F_0) o *pitch*; en general, estos métodos funcionan siempre y cuando el desplazamiento espectral sea tal que $|\Delta F| < (F_0/2)$, con algunas excepciones [8].

Entre las técnicas más utilizadas están la autocorrelación y el Cepstrum, las cuales operan en el dominio temporal y/o dominio frecuencial.

Nelson y Pencak [11] proponen comparar una autocorrelación compleja del espectro con el espectro original, mediante:

$$\Psi(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{n=0}^{N-1-m} X^*(n)X(n+m) \quad 0 \leq m \leq N-1 \quad (7)$$

$$\chi(v) = \frac{1}{N-v} \sum_{n=0}^{N-1-v} \psi(n)X^*(n+v) \quad 0 \leq v \leq N-1 \quad (8)$$

Donde $X(n)$ es el espectro, $\psi(m)$ la autocorrelación compleja del espectro y $X(v)$ la correlación cruzada.

Hallando el máximo de $\psi(m)$ permite crear un espectro artificial formado por los armónicos del *pitch* como:

$$f_{n_{corr}} = nF_{0_{corr}} = n \frac{f_s}{m_{\max}} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (9)$$

De forma análoga, hallando el máximo de $X(v)$ se crea otro espectro artificial, pero de armónicos del *pitch* más el desplazamiento ΔF como:

$$f_{n_{ccorr}} = nF_{0_{ccorr}} + \Delta F = n \frac{f_s}{v_{\max}} + \Delta F \quad (10)$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

y la constante desconocida ΔF se puede hallar por la resta de (9) y (10) incorporando las n restas a un histograma.

Suzuki et al [12, 13] proponen el uso de un Cepstrum especial (anulando la primera mitad de la operación de logaritmo) de 1024 puntos interpolado para hallar un valor pico en T_o' y un valor preliminar de la frecuencia fundamental $F_o' = 1/T_o'$ de cada trama de 256 muestras. La operación Cepstrum fue interceptada para aprovechar el espectro obtenido en la primera FFT y se detectan por cada trama, una serie de P_n picos espectrales para construir una serie de $\Delta F' = P_n - nF_o'$ y realizar una regresión lineal tal que se obtenga una línea $P_n = nF_o' + \Delta F'$. Finalmente, para esa trama, el valor estimado se despeja de la ecuación de regresión P_n cuando $n=0$.

Una alternativa propuesta por estos mismos autores sugiere que el nivel de simetría de las adyacencias del pico del Cepstrum especial permite dar una referencia de cuan desplazada está la señal. Para ello, emplean la propiedad de simetría con:

$$W_d = \left| \sum_{m=1}^3 \{A(p+m)_m - A(p-m)_m\} \right| \quad (11)$$

donde A es la amplitud del Cepstrum, p es la línea Cepstral en estudio y m es la adyacencia de p .

Con la finalidad de detectar finalmente el valor del desplazamiento, se realizan varias pruebas del Cepstrum desplazando intencionalmente la operación del logaritmo del espectro para obtener el mejor valor de simetría. La cantidad desplazada n' es entonces convertida en su recíproco en frecuencia y se obtiene el valor de $\Delta F = f_s / n'$ donde f_s es la frecuencia de muestreo.

Dick [14] propone el uso de la autocorrelación compleja aplicada a la señal de audio demodulada (usando FFT y anulando una mitad del espectro) normalizada con respecto a $\gamma[0]$ y la búsqueda del valor máximo de la autocorrelación en m_{max} de $\gamma[m]$ para hacer una interpolación cuadrática en el intervalo $m_{max}-1 \leq m \leq m_{max}+1$ y obtener el par r'_{max} , m'_{max} .

Este algoritmo es realizado B veces cada 512 muestras para hacer una estimación más confiable. Por cada par de valores r'_{max} , m'_{max} se calcula una banda de extrapolación según:

$$\begin{aligned} P_n &= nF_0 + \Delta F & f_l \leq P_n \leq f_u \\ F_0 &= \frac{f_s}{m'_{max}} \\ \Delta F &= F_0 \frac{\arg(r'_{max})}{2\pi} \end{aligned} \quad (12)$$

Los límites f_l y f_u están previamente establecidos. A partir de esta banda de estimación se crea un histograma local $H_j(f)$ cada j ésimo bloque de 512 muestras donde f es el equivalente en frecuencia de P_n y se incorpora a un histograma global

$$H_0(f) = H_0(f) + w_j H_j(f) \quad (13)$$

cuyo peso se calcula como $w_j = r'_{max}$. Debido a que el histograma resultante de B estimaciones podría ser muy disperso para valores razonables de B , Dick [14]

sugiere calcular el sector de mayor densidad espectral del histograma ubicado entre f'_l y f'_u , donde se concentre una cantidad de potencia

$$\beta \sum_{j=0}^B w'_j = \sum_{f=f'_l}^{f'_u} H_0(f) \quad 0 < \beta < 1 \quad (14)$$

donde β es previamente fijado. La estimación final será:

$$\Delta F = \frac{f'_l + f'_u}{2} \quad (15)$$

Gracie y Lodge [15] proponen un método similar al de Dick [14], pero trabajando con la señal banda base analítica de SSB [10] y una autocorrelación compleja en el dominio temporal, planteando la utilización de un histograma con peso calculado como:

$$w_j = P_j r_{max} (r_{max} - r_{max2}) \quad (16)$$

donde P_j es la potencia total y r_{max2} es el segundo pico más alto de la autocorrelación del j ésimo bloque analizado. También plantean la comparación de r_{max} con un umbral para procesar solo señales considerablemente armónicas. Esto es con la finalidad de dar prioridad a los bloques con mejor relación SNR y que contengan en su mayor parte sonidos de vocal.

A diferencia del método de Dick [14], Gracie y Lodge [15] sugieren el uso de la búsqueda del mayor valor en el histograma global $H_0(f)$ una vez finalizado el ciclo obteniendo $\Delta F = f_{max}$, pero esto representa una fuente de error adicional debido a la granularidad del histograma y un compromiso entre la efectividad del método y su precisión.

Cole et al [16] proponen una "limpieza" del espectro mediante un filtro inverso de coeficientes LPC antes de aplicar una Autocorrelación. Basan su trabajo en el algoritmo SIFT para la estimación del *pitch* (F_0) propuesto por Markel [17] pero aplicado al espectro y no a la señal en el tiempo. La estimación del *shift* (ΔF) se logra mediante la construcción de un espectro artificial con impulsos distanciados $Q(nF_0)=1$ para $n=1,2,\dots$ por cada i trama de N muestras, y aplicando una correlación cruzada con el espectro original tal que:

$$\delta_i = \arg_n \max \sum_{k=0}^{N/4} S_i(k) Q(k+n) \quad (17)$$

Este valor preliminar del *shift* es suavizado mediante una ecuación de momentos como:

$$\Delta_i = (1 - \xi) \Delta_{i-1} + \xi \delta_i \quad (18)$$

Donde $0.0 < \xi < 1.0$ y Δ_{i-1} es la estimación suavizada previa. El último valor de Δ_i se considerará finalmente el desplazamiento espectral ΔF .

4. CONCLUSIONES

Todos los algoritmos explicados aprovechan la tolerancia al ruido propia de las operaciones de autocorrelación o Cepstrum. Sin embargo, el trabajo de Cole et al [16] va un poco más allá, y propone algunos elementos que se enfocan en la optimización de la tolerancia al ruido. El algoritmo propuesto por Robert Dick [14] si bien es muy sencillo, promete gran tolerancia al ruido por la operación estadística sobre el histograma que se realiza al final del algoritmo.

Los diferentes algoritmos mostrados fueron realizados de forma independiente por cada uno de sus investigadores (hay muy pocas referencias entre sí). Es necesario realizar un análisis comparativo de estos algoritmos como paso previo para la posible implementación en equipos de comunicaciones. Los diferentes métodos están compuestos por elementos comunes (tales como las operaciones de autocorrelación, FFT, Histogramas) que podrían ser estudiados de forma separada y así lograr optimizar al máximo cada una de esas operaciones. Es posible combinar los elementos que más aporten en cada uno de esos algoritmos para desarrollar otros métodos más elaborados; el nivel de cómputo actual permite cierta holgura en hacer algoritmos más complejos y enfocar los logros hacia una mejor percepción de las señales recibidas por parte de los usuarios, sin afectar sensiblemente el desempeño computacional, y en tiempo real. Los algoritmos mostrados aquí pueden hacer aportes en los desarrollos de la tecnología emergente conocida como Radio Definido por Software (SDR).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- [1] Armstrong E. H. (1936): "A Method of Reducing Disturbances in Radio Signaling by a Systems of Frequency Modulation", Proceedings of the Institute of Radio Engineers, volume 24, number 5, IEEE.
- [2] Boucher L., Hafez H. M. (1990): "Evaluation of VHF FM, SSB, and ACSSB Radio Systems in the Interference Context of the Land Mobile Bands", 40th Vehicular Technology Conference, IEEE.
- [3] Ferrel G. S. (1990): "Introducción a los Sistemas de Comunicaciones, 3ra edición de la versión en español, Addison-Wesley.
- [4] G.S. Ohm, "Über die Definition des Tones, nebst daran geknüpfter Theorie der Sirene und ähnlicher tonbildender Vorrichtungen", Ann. Phys. Chem., Vol 59, pp. 513-565, 1843.
- [5] H.L.F. von Helmholtz, On the sensations of Tone, 1875 (Traducción al Ingles por A.J. Ellis, Longmans, Green and Co. Londres, 1912).
- [6] Lathi B. P. (1999): "Introducción a la Teoría y Sistemas de Comunicación", versión en español, Editorial Limusa.
- [7] Paliwal K., Alsteris L. (2003): "Usefulness of Phase Spectrum in Human Speech Perception", EUROSPEECH-2003, Ginebra, Suiza, pp. 2117-2120, 2003.
- [8] Gülzow T., Heute U., Kolb H. J. (2002): "SSB-Carrier Mismatch Detection from Speech Characteristics: Extension Beyond The Range of Uniqueness", EUSIPCO Volumen I pp. 495-498.
- [9] Rabiner L. R., Schafer R. W. (1978): "Digital Processing of Speech Signals", Bell Laboratories Incorporated, Prentice Hall.
- [10] Oppenheim A. V., Schafer R. W. (2000): "Tratamiento Digital de Señales en Tiempo Discreto", 2da edición en español, Prentice Hall.
- [11] Nelson D., Pencak J. (1992): "Pitch Based Methods for Speech Detection and Automatic Frequency Recovery", SPIE Vol. 2563
- [12] Suzuki J., Shimamura T., Yashima H. (1994): "Estimation of Mistuned Frequency from Received Signal in Suppressed Carrier SSB", Global Telecommunications Conference, GLOBECOM '94, IEEE, volumen 2, pp 1045-104.
- [13] Suzuki J., Shimamura T., Yashima H. (1995): "Improvement in the Quality of Speech Received at Suppressed Carrier SSB, Global Telecommunications Conference, GLOBECOM '95, IEEE, volu-

- [14] Dick R. (1999): "Tune SSB Automatically", QEX Magazine, ARRL.
- [15] Gracie K., Lodge J. (2003): "Carrier Estimation for SSB Speech", Proceedings of the 15th International Conference on Wireless Communications (Wireless 2003), pp. 278-286, Calgary, Alberta, Canada.
- [16] Cole D., Sridha Sridharan, Moody M. (2002): "Frequency Offset Correction for HF Radio Speech Reception", IEEE Transactions on Industrial Electronics, volume 47, emission 2, pp. 438-443.
- [17] Markel J. (1972): "The SIFT Algorithm for Fundamental Frequency Estimation, IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, vol 20, No. 5