



Agrociencia  
Colegio de Postgraduados  
agrocien@colpos.colpos.mx  
ISSN (Versión impresa): 1405-3195  
MÉXICO

2005  
Basilio A. Rojas Martínez  
BLOQUES AUMENTADOS (REPASO: FEDERER, 1961)  
*Agrociencia*, noviembre-diciembre, año/vol. 39, número 006  
Colegio de Postgraduados  
Texcoco, México  
pp. 693-695

Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal

---

Universidad Autónoma del Estado de México



# BLOQUES AUMENTADOS (REPASO: FEDERER, 1961)

## AUGMENTED BLOCKS (REVISITING FEDERER, 1961)

Basilio A. Rojas-Martínez

Estadística. Campus Montecillo. Colegio de Postgraduados. 56230. Montecillo, Estado de México.  
(rbasilio@colpos.mx)

### RESUMEN

El diseño de Bloques Aumentados presentado por Federer (1961) incrementó las posibilidades de incluir más tratamientos en los ensayos de variedades y acelerar los procedimientos de selección. En este estudio se examinan los argumentos empleados para proponer su análisis estadístico. Se presentan varios argumentos contra el método de Federer, y se propone un procedimiento sencillo con ventajas obvias, que puede usarse en diseños con dos o más vías de control de la heterogeneidad.

### LOS BLOQUES AUMENTADOS DE FEDERER

Federer (1961) propuso mejorar la información obtenida en las investigaciones de selección de variedades diseñando experimentos con las variedades estándar (que tienen igual número de repeticiones), además de variedades nuevas. Generó un diseño de  $r$  bloques completos al azar con  $t$  tratamientos, agregando a cada bloque una o más parcelas para ubicar en ellas uno más tratamientos nuevos, con una sola repetición. El nuevo bloque  $j$  ( $j=1, 2, \dots, r$ ) con  $t$  tratamientos estándar y  $v_{jm}$  tratamientos nuevos:  $(v_{j1}, v_{j2}, \dots, v_{jm(j)})$ . Se puede tener hasta  $r$  bloques aumentados, con un total de  $t + \sum v_{jm(j)}$  tratamientos.

La observación correspondiente a un tratamiento nuevo es  $y = v_{jm(j)} + j + \varepsilon$  que tiene las siguientes características: 1) es una sola observación sin repetición del tratamiento nuevo; 2) su esperanza matemática indica que los parámetros del tratamiento nuevo están confundidos con el bloque en que esté ubicado; 3) no existe ninguna función lineal con las demás observaciones del experimento que tenga esperanza cero, y por tanto no puede formar parte del error estadístico del experimento (Rao, 1952). Por las mismas razones para todos y cada uno de los tratamientos nuevos, no pueden ser componentes del análisis de varianza, y no se justifica el análisis que presenta Federer (1961).

### ABSTRACT

Federer (1961) presented the design of Augmented Blocks which increased the possibilities of including more treatments in variety trials and accelerating the selection process. This work examines the statistical analysis recommended for such design. Several arguments are stated against Federer's method, and a simple procedure with clear advantages in the solution is explained, which can also be used in designs which control heterogeneity in two or more ways.

### FEDERER'S AUGMENTED BLOCKS

Federer (1961) proposed to improve the information obtained in research conducted in selection of varieties designing experiments with the standard varieties (which have the same number of replicates) plus new varieties. He started with a randomized complete block of  $t$  treatments, all with  $r$  replicates, adding to each block one or more plots to locate in them the new treatments, with a single replication. The new block  $j$  ( $j=1, 2, \dots, r$ ) contains  $t$  standard treatments and  $v_{jm}$  new treatments:  $(v_{j1}, v_{j2}, \dots, v_{jm(j)})$ . It is possible to have up to  $r$  augmented blocks, with a total of  $t + \sum v_{jm(j)}$  treatments.

A new treatment observation can be written as  $y = v_{jm(j)} + j + \varepsilon$ , with the following features: 1) It is a single observation without repetition for the new treatment; 2) its mathematical expectation shows that the treatment value is confounded with the respective block effect; 3) there is no linear function with any of the remaining observations with zero expectation and, therefore, the new treatment observation cannot be part of the statistical experimental error (Rao, 1952). It is then shown that the new treatment observations cannot be part of the analysis of variance, and Federer's (1961) analysis is not justified.

According to Federer, the original design of the standard treatments in randomized complete blocks, or lattice design, with single way heterogeneity controlled by complete or incomplete blocks, when the number of treatments is increased with the new ones, the original

---

Contribución invitada.

Recibido: Septiembre, 2005. Aprobado: Octubre, 2005.

Publicado como ENSAYO en *Agrociencia* 39: 693-695. 2005.

Según Federer el diseño original de los tratamientos estándar, en diseño de bloques completos al azar o en látice, con una sola vía de heterogeneidad que controlan los bloques completos o incompletos, al aumentar los tratamientos cambia el diseño original a bloques incompletos con otra composición de tratamientos. Este razonamiento lo lleva a un análisis que requiere de todas las observaciones y de métodos complicados que exigen numerosas computaciones. Esto no es necesario ni justificado: la conformación de los tratamientos estándar en bloques completos o en el látice original se mantiene, así como su análisis estadístico original. El argumento es el mismo, los tratamientos nuevos no modifican la estimación de los  $(t-1) \times (r-1)$  grados de libertad del error experimental. Fisher (1949), con claridad meridiana, señaló que la estimación del error exige de repeticiones y de ubicación al azar de los tratamientos.

### ANÁLISIS DE BLOQUE AUMENTADOS

El análisis estadístico adecuado es el correspondiente al diseño experimental de los datos de los tratamientos estándar, que tienen repeticiones. Uno de los resultados finales es conocer la matriz de varianzas y covarianzas de los efectos estimados de los tratamientos estándar. Se ha dicho que las observaciones de los nuevos tratamientos no pueden ser parte del análisis de varianzas; sin embargo, funciones lineales de los estimadores de los tratamientos nuevos sí pueden formar parte de las funciones de los estimadores para comparar las diferencias entre ellos y con los tratamientos estándar, dado que cualquier función lineal de los parámetros tiene un valor esperado si y solo si es única (Rao, 1965. pp: 181-182).

Se presenta un pequeño ejemplo para hacer más clara la exposición. Suponga cuatro tratamientos estándar A, B, C y D, en tres bloques ( $j=1, 2, y 3$ ). Los tratamientos nuevos se insertan como sigue: a y b en el bloque 1, c y d en el bloque 2, y f en el bloque 3. El modelo estadístico es:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

Existen  $9 \times 8 / 2 = 36$  posibles comparaciones, pero no todas tienen igual interés. Podrían interesar los extremos de los tratamientos estándar, el de mayor rendimiento y el de menor. Similar interés tendrían los extremos de los tratamientos nuevos de mayor y menor rendimientos. Las comparaciones estadísticas tendrán su error estándar correspondiente, que será en todos los casos una función de la varianza del error experimental. Esta se obtendrá del análisis de varianzas de los tratamientos estándar, arreglados en bloques al azar, la que llamaremos  $\hat{\sigma}^2$ .

La observación correspondiente al nuevo tratamiento c, en el bloque 2, tendrá esperanza  $c + \beta_2$ , con varianza  $\sigma^2$ .

design is modified to incomplete blocks with a different composition of treatments. This reasoning leads him to an analysis that requires complicated algorithms that involve all of the treatments in incomplete blocks. This is not necessary nor justified: the conformation of the standard treatments in complete blocks or in the original lattice is maintained, as well as its original statistical analysis. The new treatments do not affect the estimation of the  $(t-1) \times (r-1)$  degrees of freedom for the mean square error. Fisher (1949), emphatically pointed out that error estimation requires repetition and random allocation of treatments.

### AUGMENTED BLOCK ANALYSIS

The proper statistical analysis is the corresponding to the experimental design of the data formed by the standard treatments which have replications. One of the final results is the knowledge of the variance-covariance matrix of the estimated effects of the standard treatments. It has been said that the observations of the new treatments cannot be part of the analysis of variance; however, linear functions of such observations with linear functions of the standard treatments have no problem, as any linear function of the parameters has an expected value, if and only if it is unique (Rao, 1965. pp: 181-182).

A simple and small example is given to clarify the above statements. Assume four standard treatments A, B, C and D in three blocks ( $j=1, 2, 3$ ). The new treatments are inserted as follows: a and b in block 1, c and d in block 2, and f in block 3. The statistical model is:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

There are  $9 \times 8 / 2 = 36$  possible pair comparisons among treatments, but not with the same importance, there could be more interest in the comparisons between the extremes (higher or lower) of standard treatments with the extremes of the new treatments. The statistical comparisons will have their corresponding standard error which will be in all cases a function of the experimental error. This will be obtained from the analysis of variance of the standard treatments, arranged in random blocks, which will be denoted by  $\hat{\sigma}^2$ .

The observation corresponding to the new treatment c in block 2 has as expectation  $c + \beta_2$  and it has  $\sigma^2$  as variance. Any of the standard treatments (say B) in block  $j$  will have an expectation  $B + \beta_j$  and  $\sigma^2$  as plot variance. Let us consider the following comparisons:

1) standard treatment vs new treatment in the same block (D-f, say) will have variance  $2\sigma^2$ . 2) two new treatments in the same block (b-c, say) will have variance

Cualquiera de los tratamientos estándar (digamos B) en un bloque  $j$  tendrá la esperanza correspondiente,  $B + \beta_j$  y varianza  $\sigma^2$ . Consideremos las siguientes comparaciones:

1) Un tratamiento estándar contra uno nuevo ubicados en el mismo bloque (D-f, por ejemplo) tendrá varianza  $2\sigma^2$ . 2) Dos tratamientos nuevos en el mismo bloque, con varianza  $2\sigma^2$ . 3) Dos tratamientos nuevos en diferentes bloques, sean a y c:  $(a-TM)-(c-TM) = a-c$ , donde  $TM = (A + B + C + D)/4$  (media de los tratamientos estándar). La varianza de  $(a-TM)$  es  $\sigma^2 + \sigma^2/4$  y lo mismo es para  $(c-TM)$ , por lo que  $V(a-c) = 2\sigma^2(1+1/4)$ .

Otra consecuencia de este análisis de bloques aumentados es su generalización a Cuadros Latinos, Cuadros de Youden, Látices cuadrados, etc., es decir a aquellos diseños que controlan la heterogeneidad en dos o más direcciones.

### CONCLUSIONES

Se discute el diseño de bloques aumentados presentado por Federer (1961) y se presenta otro método de análisis con gran simplificación en los algoritmos requeridos para la estimación de los tratamientos y que está de acuerdo con los principios estadísticos usuales. El método propuesto proporciona las estimaciones de las diferencias entre y dentro de las dos clases de tratamientos y sus errores estadísticos. El nuevo método de análisis tiene una solución fácil, directa y con gran ahorro de tiempo y puede usarse para mostrar los principios elementales de mínimos cuadrados y estimación, dando ejemplos que pueden enriquecer la enseñanza de los principios del diseño de experimentos. También puede aplicarse a diseños con dos o más vías de control de la heterogeneidad.

### RECONOCIMIENTOS

A mi señora esposa Cecilia Aguilar de Rojas. A mi distinguido amigo, colega y maestro Dr. Ángel Martínez Garza.

$2\sigma^2$ . 3) two new treatments a and c in different blocks. Consider  $(a-TM)-(c-TM) = a-c$ , where  $TM = (A + B + C + D)/4$  (mean of the standard treatments). The variance of  $(a-TM)$  is  $\sigma^2 + \sigma^2/4$ , as well as for  $(c-TM)$ , hence  $V(a-c) = 2\sigma^2(1+1/4)$ .

Another consequence of this augmented blocks analysis is its generalization to designs with two or more ways of controlling error heterogeneity such as Latin squares, Youden squares, lattice squares, etc.

### CONCLUSIONS

Federer's augmented blocks design and analysis is discussed and another method of analysis is presented which attains simplification and agreement with the usual statistical principles. The proposed method gives a good amount of saving time and it can help to show the elementary principles of least squares and estimation giving examples that can enrich the teaching of the basic principles of experimental designs. It can also be applied to designs with two or more ways of control of heterogeneity.

—End of the English version—



### LITERATURA CITADA

- Federer, W. T. 1961. Augmented designs with one-way elimination of heterogeneity. *Biometrics* 17-3: 447-473.  
 Fisher, R. A. 1949. *The Design of Experiments*. Fifth ed. Hafner Pub. Co. New York.  
 Rao, C. R. 1952. *Advanced Statistical Methods in Biometric Research*. J. Wiley. New York. pp: 75-80.  
 Rao, C. R. 1965. *Linear Statistical Inference and its Applications*. J. Wiley. New York. pp: 178-182.