

INGENIERIA UC

Órgano de Divulgación
Científica y Tecnológica de la Facultad de Ingeniería
de la Universidad de Carabobo

Ingeniería UC

Universidad de Carabobo

farteaga20@gmail.com

ISSN (Versión impresa): 1316-6832

VENEZUELA

2002

Julio C. Mansilla Hernández / Julio N. García Silverio / Francisco J. Arteaga
CONTROL DE VELOCIDAD DE UN MOTOR DC, USANDO FILTROS DE KALMAN EN
TIEMPO CONTINUO

Ingeniería UC, junio, año/vol. 9, número 001

Universidad de Carabobo

Valencia, Venezuela

Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal

Universidad Autónoma del Estado de México

<http://redalyc.uaemex.mx>





CONTROL DE VELOCIDAD DE UN MOTOR DC, USANDO FILTROS DE KALMAN EN TIEMPO CONTINUO

Julio C Mansilla Hernández (1); Julio N. García Silverio (2); Francisco J. Arteaga (3)
(1) ELEOCCIDENTE, Dpto. de Planificación (2) Ingeniero Electricista (3) Universidad de Carabobo, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Dpto. de Sistemas y Automática

RESUMEN

El filtro de Kalman, es un observador de estados que es capaz de filtrar las señales de ruido presentes en un sistema, esto lo hace una herramienta muy poderosa cuando se desea controlar sistemas con un alto contenido de ruido. En el presente trabajo se realiza una muy breve exposición del uso del filtro de Kalman aplicado al control de velocidad de un motor DC, de excitación separada, simulado en MATLAB.

Palabras claves: Control de velocidad, ruido, filtro de Kalman, espacio de estados, Matlab.

ABSTRACT

The Kalman filter is an state observer capable of filtering noise signals in a system. This feature make it a very powerful tool when it is required to control systems with high percent of noise. In this work an application of Kalman filter for the velocity control of a DC motor, with separate excitation, is realized and simulate in MATLAB. The results obtained demonstrate the benefit of using a Kalma filter in the control of linear systems with noise.

Keywords: Velocity control, Noise, Kalma filter, State Space, Matlab.

INTRODUCCIÓN

En los sistemas de control (reales) existen perturbaciones indeseables, que provocan que su funcionamiento se aleje del deseado, el ruido es una de estas perturbaciones y siempre es necesario minimizar el efecto que este pueda tener sobre el funcionamiento del sistema.

Cuando se diseña un sistema de control, este debe ser capaz de mantener los valores de las señales de salida dentro de los rangos deseados, es decir que ante cualquier perturbación el control debe ser capaz de tomar decisiones para realizar las acciones necesarias, y mantener el sistema dentro de ciertos parámetros, prefijados.

Como los sistemas de control convencionales muchas veces, pueden ser ineficaces o ineficientes ante el ruido, s necesario la implementación de nuevos sistemas, cuya respuesta, ante el problema citado, se acerque a la ideal. El filtro de Kalman es una alternativa, capaz de mejorar considerablemente la respuesta del sistema ante problemas e ruido.

FILTRO DE KALMAN.

La descripción en espacio de estados para un sistema una entrada $u(t)$ y una salida $y(t)$, es la siguiente:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}} &= A\underline{x} + Bu + Fv \\ y &= C\underline{x} + w\end{aligned}$$

donde $\underline{x}(t)$ es el vector de estado, $u(t)$ es la entrada del sistema, y es la salida de tipo escalar y $v(t)$ y $w(t)$, son variables aleatorias gaussianas del tipo de ruido blanco.

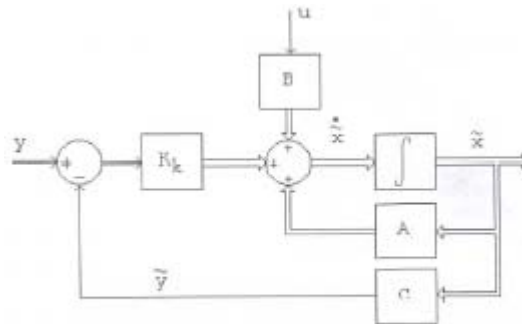


Figura 1.- Estructura del Filtro de Kalman.

En la figura 1, se muestra la estructura básica del filtro de Kalman, a partir de la cual podemos ver que la ecuación que describe al observador de Kalman es:

$$\dot{\underline{\hat{x}}} = A\underline{\hat{x}} + Bu + K_k(y - C\underline{\hat{x}})$$

siendo $\underline{\hat{x}}$, el vector de estados estimado y K_k la matriz de ganancias del observador (filtro de Kalman).

La matriz de ganancias K_k , puede ser determinada por la siguiente ecuación:

$$K_k = PC^T W^{-1}$$

Esta ecuación se cumple siempre y cuando v y w no estén correlacionadas.

Como se puede ver para obtener el valor de K_k , solo hay que determinar el valor de P , lo cual se hace fácilmente utilizando la ecuación de Riccati:

$$0 = AP + PA^T - PC^T W^{-1} CP + FVF^T$$

MODELO MATEMÁTICO DEL MOTOR DC, DE EXCITACIÓN SEPARADA CONTROLADO POR CAMPO.

Lo primero que se debe definir antes que nada es el modelo matemático a utilizar para el estudio y simulación de nuestro motor DC de excitación separada.

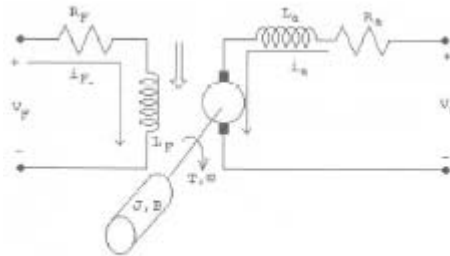


Figura 2.- Modelo circuital del motor DC.

Ecuaciones del sistema.

Para realizar un análisis poco complejo de los beneficios del uso del filtro de Kalman, en el control de sistemas con ruido, se ha escogido un motor DC de excitación separada, del cual se muestra a continuación el modelo matemático usado para su estudio.

$$V_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} \quad (1)$$

$$\phi = K_f i_f \quad (2)$$

$$T = K_t \phi = K_t K_f i_f = K_1 i_f \quad (3)$$

$$T = B\omega + J \frac{d\omega}{dt} + T_d \quad (4)$$

Si sustituimos la ecuación 2 en la ecuación 3 y la resultante en 4 y reordenamos la ecuación 1, nos queda:

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{B}{J}\omega + \frac{K_t K_f}{J} i_f - \frac{1}{J} T_d \quad (5)$$

$$\frac{di_f}{dt} = -\frac{R_f}{L_f} i_f + \frac{1}{L_f} V_f \quad (6)$$

donde, la corriente de campo y la velocidad angular del motor son las variables de estado del sistema.

Modelo matricial.

Representando el sistema en forma matricial, nos queda,

$$\begin{bmatrix} \omega \\ i_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B}{J} & \frac{K_f K_r}{J} \\ 0 & -\frac{R_f}{L_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ i_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_f} \end{bmatrix} V_f + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} T_d \quad (7)$$

$$y' = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ i_f \end{bmatrix} \quad (8)$$

Donde:

i_f : corriente de campo.

ω : velocidad angular del motor.

V_f : voltaje de campo.

T_d : Torque disturbante.

R_f : resistencia del campo.

L_f : inductancia del campo.

J : momento de inercia de la carga.

B : Coeficiente de fricción viscosa de la carga.

K_r : constante de campo (relaciona la corriente de campo con el flujo magnético).

$K_f = I_a K_T$.

I_a : corriente de armadura.

K_T : constante del torque.

Como se observa en la ecuación de salida, se ha tomado como variable de salida a la velocidad angular del motor, ya que se desea implementar un control de velocidad para el modelo dado.

PARÁMETROS DEL MOTOR DC DE EXCITACIÓN SEPARADA.

Parámetros del motor.

Los parámetros para modelar matemáticamente el motor DC, son los siguientes:

$$\begin{aligned} \omega & \\ R_a &= 0,2 \\ L_a &= 0,001H \\ K_T K_f I_a &= 68,5 \text{ lb-pie/A} \\ J &= 1 \text{ lb-pie} \cdot \text{seg} \\ B &= 0,5 \text{ lb-pie/(rad/seg)} \\ R_c &= 120 \\ L_r &= 20H \\ I_a &= 15A \\ \omega & \\ &= 125,66 \text{ rad/s} = 1200 \text{ RPM} \end{aligned}$$

Dado los valores de los parámetros del motor, la representación en espacio de estados viene dada por:

$$\begin{aligned} \frac{R_c}{L_c} &= \frac{120}{20} = 6 \\ \frac{K_1 K_c}{J} &= \frac{68,5}{1} = 68,5 \\ \frac{B}{J} &= \frac{0,5}{1} = 0,5 \\ \frac{1}{L_c} &= \frac{1}{20} = 0,05 \\ \frac{1}{J} &= \frac{-1}{1} = -1 \end{aligned}$$

Matrices del sistema.

Las matrices que caracterizan al sistema son:

$$A = \begin{bmatrix} -0,5 & 68,5 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,05 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0]$$

Autovalores (polos) de cadena abierta.

Si analizamos el sistema al buscar los autovalores de este nos da el siguiente resultado:

$$(sI - A) = \begin{bmatrix} s + 0,5 & -68,5 \\ 0 & s + 6 \end{bmatrix} = 0$$

$$\det(sI - A) = (s + 6)(s + 0,5) = 0$$

$$s_1 = -6$$

$$s_2 = -0,5$$

Los autovalores del sistema (polos) son -20 y -9,091, por lo tanto el sistema es estable en cadena abierta, ya que los polos se encuentran ubicados en el semiplano izquierdo del plano complejo.

ESTUDIO DE CONTROLABILIDAD Y OBSERVABILIDAD, SIN PERTURBACIONES EN EL SISTEMA.

El sistema en estudio no presenta grandes problemas, ya que en cadena abierta es totalmente estable, ya que todos sus autovalores están ubicados en el semiplano izquierdo del plano complejo.

Para realizar un estudio de la controlabilidad y de la observabilidad del sistema, sin la presencia de perturbaciones, la entrada T_d se iguala a cero.

Controlabilidad.

Para verificar la controlabilidad del sistema, se debe estudiar el rango de la matriz de controlabilidad M, si el rango de esta matriz es igual al orden del sistema, el sistema es controlable de estado completo.

$$M = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B]$$

Utilizando MATLAB, para verificar la si el sistema es controlable, tenemos:

$$M = \text{ctrb}(A; B)$$
$$\text{rank}(M)$$

Observabilidad

El procedimiento a seguir para analizar la observabilidad del sistema es análogo al utilizado en el caso anterior, pero ahora se debe estudiar es la matriz de observabilidad.

$$N = [C^T \quad A^T C^T \quad \dots \quad (A^T)^{n-1} C^T]$$

Utilizando MATLAB, para verificar la observabilidad, tenemos:

$$N = \text{obsv}(A; C)$$
$$\text{rank}(N)$$

Al igual que para el caso de M, el rango de N es igual al rango del sistema, por lo tanto este es observable de estado completo.

IMPLEMENTACIÓN DEL FILTRO DE KALMAN Y DEL SISTEMA DE SEGUIMIENTO.

A continuación se explica la implementación (en MATLAB) del filtro de Kalman junto a un sistema de seguimiento, para controlar la velocidad de un motor DC de excitación separada.

Desarrollo en Matlab del filtro de Kalman.

Desarrollo en Matlab del filtro de Kalman.

Para poder implementar el filtro, primero se realizo un estudio de la controlabilidad y de la observabilidad del sistema en estudio, para ello se utilizó el siguiente programa en Matlab.

```

A=[-6 0; 68.5 -0.5];
B=[0.05; 0];
C=[0 1];
D=[0];
F=[0; -1];
H=[0];
Ak=A; Bk=[B F]; Ck=C; Dk=[D H];
M=ctrb(Ak,Bk);
m=rank(M);
N=obsv(Ak,Ck);
n=rank(N);

```

En el programa aparecen los comandos `ctrb` y `obsv`, como se había explicado anteriormente. Acto seguido se procede a evaluar la respuesta del sistema en cadena abierta y en cadena cerrada, con condiciones iniciales diferente de cero.

```

x0=[10 ; 0];
t=(0:0.01:4);
[Y,T,X]=initial(Ak,Bk,Ck,Dk,x0,0);
plot(t,Y), title('Respuesta del sistema en CA'),
xlabel('Tiempo'), ylabel('Velocidad angular')
disp('Presione Enter para seguir');
pause

```

Para calcular los parámetros del filtro, se desarrollo en Matlab el siguiente código.

```

Qn=10;
Rn=10;
Nn=0;
Ak=A;
Bk=[B F];
Ck=C;
Dk=[D H];
SYSk=ss(Ak,Bk,Ck,Dk);
[KEST,Kk,Pk]=kalman(SYSk,Qn,Rn,Nn);

```

El filtro ha sido calculado para una covarianza igual a 10 de v y w .

El comando `kalman` estima directamente el valor de la ganancia del filtro.

Finalmente se ejecuta en el programa el sistema de seguimiento de control de velocidad, tal como se muestra a continuación.

```

pcck=[-6 -6+j -6-j];
AA=[A(1) A(3) 0; A(2) A(4) 0; -C(1) C(2) 0];
BB=[B; 0];
KKk=place(AA,BB,pcck);

```

Simulación del Sistema de control de velocidad del motor (SIMULINK).

Al evaluar el desempeño del sistema, se uso el diagrama de la figura 3.

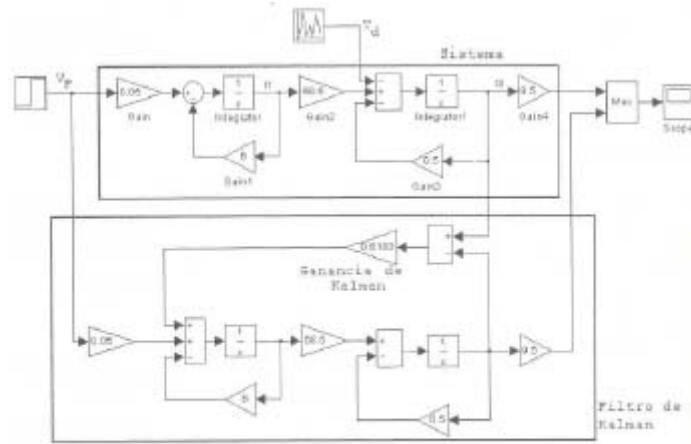


Figura 3.- Diagrama del Sistema

Filtro de Kalman.

Al ejecutarse el simulador se obtuvo la gráfica mostrada en la figura 4, donde se observa como la salida del filtro es similar a la salida del sistema, pero el ruido ha sido totalmente eliminado de esta.

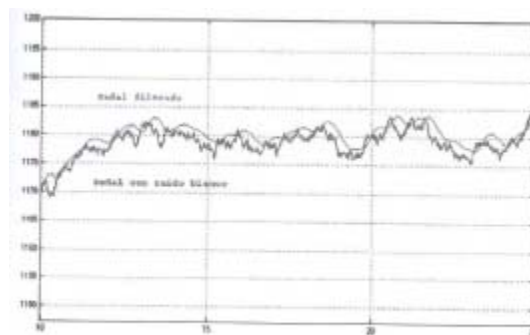


Figura 4.- Respuesta del sistema con y sin ruido blanco.

Sistema de seguimiento para el control de la velocidad.

Para poder evaluar el sistema de seguimiento para el control de la velocidad se utilizó el diagrama mostrado en la figura 5. Donde se observa la adición de un integrador al sistema más la realimentación de los estados.

El resultado de esta operación se muestra en la figura 6, donde podemos apreciar, como el sistema efectivamente trata de mantener la salida acorde al set point, que se ajusta a la entrada.

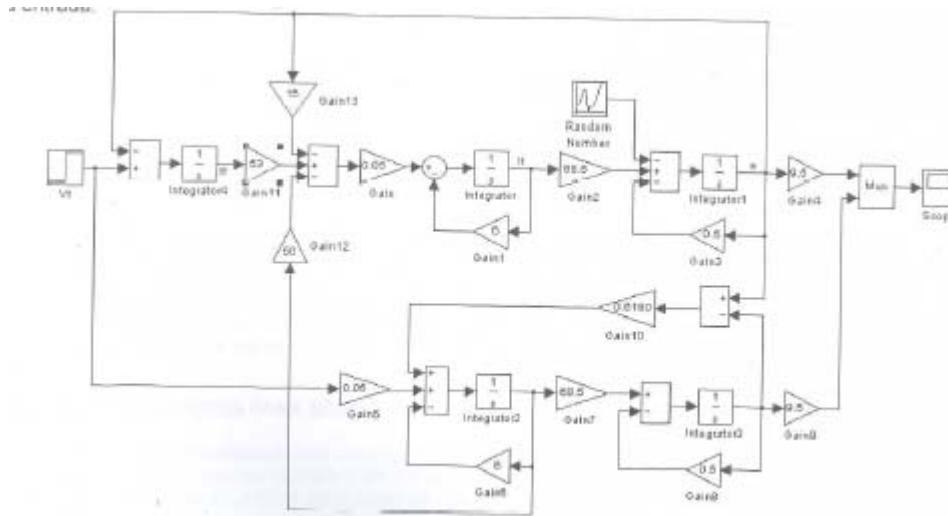


Figura 5.- Diagrama del sistema de seguimiento.

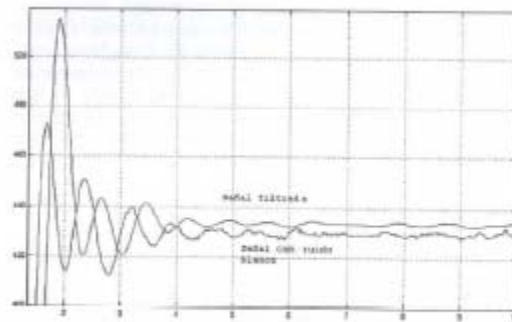


Figura 6.- Respuesta del sistema ante una entrada escalón.

CONCLUSIONES.

El objetivo principal de este trabajo era, basados en una simulación por computadora, estudiar el comportamiento de un sistema con presencia de ruido blanco, al utilizar filtros de Kalman. Como se pudo ver en las gráficas., el filtro de Kalman, efectivamente estima el valor de las variables de estado, pero eliminando el contenido de ruido. A pesar de ser este, un análisis muy superficial, mediante él, podemos confirmar, que el uso de filtros de Kalman, es muy efectivo cuando se tiene un sistema, en el cual, las variables de estado, no pueden ser medidas físicamente y se conoce que el sistema presenta un cierto contenido de ruido.

Por último es necesario explicar, que la precisión con la cual el filtro estima los estados, dependerá, del modelo matemático, con el cual representemos al sistema, es decir de cuanto se acerque a la realidad o no. Otro detalle que siempre hay que tomar en cuenta a la hora de implementar un observador, es la ubicación de los polos de este, ya que su dinámica debe ser mucho más rápida que la dinámica del sistema, de esto dependerá en gran medida la fidelidad de la estimación de las variables.

RECOMENDACIONES.

Para finalizar pensamos que en el futuro se deberían realizar estudios e investigaciones, mas detalladas y que implementen modelos mucho mas reales, de forma tal, que estos puedan ser implementados físicamente y no solo como una simple simulación en computadora.

REFERENCIAS.

- [1] Díaz J., Mejías A. y Arteaga F. Aplicación de los filtros de Kalman a Sistema de Control. Universidad de Carabobo. 2000.
- [2] FRIEDLAND, B. Control System Design. Editorial McGraw-Hill International Editions, 1987.
- [3] GELB, A. Applied Optimal Estimation. Editorial The M.I.T. Press, 1974.
- [4] GROVER BROWN, R. y HWANG, P. Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering. Editorial John Wiley & Sons. Tercera edición, 1997.
- [5] LEWIS F. Applied Optimal Control & Estimation. Editorial Prentice-Hall, S.A.. Primera edición, 1992.
- [6] OGATA, K. Ingeniería de Control Moderna. Editorial Prentice-Hall, S.A. Tercera edición, 1998.
- [7] OGATA, K. Ingeniería de Control Moderna. Editorial Prentice-Hall, S.A.. Primera edición, 1980.
- [8] SHAHIAN, B. HASSUL, M. Control System Design using MatLab. Editorial Prentice-Hall, 1993.